6Н

УДК 681.511

А.А. Несенчук[1], В.Ф. Филаретов[2]
[1]Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь
anes@newman.bas-net.by
[2]Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток, Россия
filaret@pma.ru

Параметрический синтез системы управления электроприводом манипулятора с учетом неопределенности момента инерции нагрузки

В статье рассматривается корневой подход к расчету параметров системы автоматического управления звеном манипулятора промышленного робота при условии значительных изменений момента инерции нагрузки, линейно входящего в коэффициенты характеристического уравнения системы. Задача решается путем размещения семейства корней системы в заданной области Q, называемой областью качества. В результате на основе применения полей корневых траекторий определяется радиус дисковой области значений неопределенного параметра, обеспечивающих Q-устойчивость системы.

Введение

При функционировании сложных технических объектов, как правило, наблюдаются отклонения параметров от расчетных значений, которые могут быть значительными, и по этой причине могут оказывать отрицательное воздействие на качество и устойчивость работы объектов. Следовательно, большое значение имеет разработка эффективных методов построения систем автоматического управления (САУ) оборудованием и, в частности, приводами манипуляционных роботов, которые позволили бы гарантировать требуемое качество работы указанных устройств в условиях неопределенности [1-3]. Решить рассматриваемую задачу можно с помощью самонастраивающихся систем [4] и методов обеспечения робастности. Методы построения робастных систем, как правило, базируются на использовании алгебраического [5], [6], частотного [7] и корневого [1], [8] подходов.

Целью данной работы является применение корневого метода параметрического синтеза динамических систем, построенного на основе использования полей корневых траекторий кругового образа [1], [8] при синтезе системы управления приводами манипуляционного робота с учетом изменяющегося момента инерции нагрузки. Указанные системы позволяют обеспечить требуемое качество управления путем размещения корней характеристического уравнения в заданной области.

Постановка задачи

Рассмотрим систему подчиненного управления приводом одной степени подвижности манипулятора, структурная схема которой приведена на рис. 1. Полагается, что схват манипулятора совершает относительно медленные движения, при которых эффектами взаимовлияния между всеми его степенями подвижности можно пренебречь.

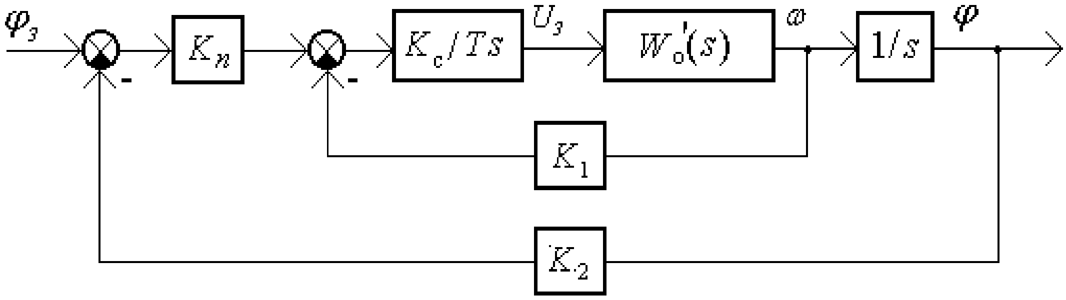


Рисунок 1 – Структура системы управления положением звена манипулятора

На рис. 1 $W_o'(s) = W_o(s)\,s$, где $W_o(s)$ – передаточная функция объекта управления; K_c и $K_п$ – коэффициенты усиления регуляторов по скорости и положению; T – постоянная времени ПИ-регулятора; $U_з$ – задающее напряжение; φ – угол поворота вала привода; $\varphi_з$ – желаемое значение угла поворота; ω – угловая скорость вращения выходного вала привода.

Передаточная функция объекта управления имеет следующий вид:

$$W_o(s) = \frac{\varphi}{U_з} = \frac{1}{(j_{дв}+j_н)\dfrac{L_я}{C_м}s^3 + (j_{дв}+j_н)\dfrac{R_я}{C_м}s^2 + C_e s}, \quad (1)$$

где $R_я$, $L_я$ – активное и индуктивное сопротивления якорной цепи электродвигателя соответственно; $j_н$ – приведенный момент инерции нагрузки; $j_{дв}$ – момент инерции якоря электродвигателя; C_e и C_M – конструктивные коэффициенты электродвигателя; K_1 и K_2 – коэффициенты усиления обратных связей по скорости и по положению соответственно; s – символ преобразования Лапласа.

С учетом выражения (1) характеристическое уравнение системы управления электроприводом манипулятора имеет вид:

$$s^4 + \frac{R_я}{L_я}s^3 + \frac{C_e C_M}{(j_{дв}+j_н)L_я}s^2 + \frac{C_M K_1 K_c}{(j_{дв}+j_н)L_я T}s + \frac{C_M K_2 K_п K_c}{(j_{дв}+j_н)L_я T} = 0. \quad (2)$$

В зависимости от массы переносимых изделий и текущей конфигурации манипулятора величина $j_н$ может изменяться в широких пределах [4], [9], что приводит к изменению коэффициентов характеристического уравнения (2).

В плоскости корней $s = \sigma + i\omega$ уравнения (2) зададим область Q в форме трапеции, называемую областью качества. Эта область ограничивается двумя линиями равной степени устойчивости: L_{η}' с уравнением $\sigma = \eta'$ и L_{η}'' с уравнением $\sigma = \eta''$; а также двумя линиями постоянного демпфирования: $L_{+\beta}$ и $L_{-\beta}$ с уравнениями $\omega = \pm\lambda\sigma$, где $\lambda = \mathrm{tg} \pm\beta$ (β – угол наклона линий $L_{+\beta}$ и $L_{-\beta}$ к оси σ), что равносильно заданию пределов изменения показателей качества системы – степени устойчивости η и колебательности β. Учитывая наличие существенной неопределенности параметра $j_н$, ставится задача нахождения области D значений $j_н$, при которых неизменно обеспечивается расположение корней уравнения (2) внутри заданной области качества Q. Решение этой задачи позволит удержать качественные характеристики η и β в уста-

новленных пределах, гарантируя тем самым Q-устойчивость системы и выполнение условия

$$j_н \in D \to s_j \in Q, \qquad (3)$$

где $j = \overline{1,n}$. Задача будет решаться с использованием полей корневых траекторий.

Описание метода синтеза

Опишем рассматриваемую динамическую систему характеристическим уравнением вида

$$s^n + a_1 s^{n-1} + \ldots + a_{n-1} s + a_{\text{n}} = 0, \qquad (4)$$

где a_j – коэффициенты уравнения, $j = \overline{1,n}$. Рассмотрим случай, когда один из параметров системы (обозначим его через k), линейно входящий в коэффициенты ее характеристического уравнения, является неопределенным. Выделим этот параметр k путем преобразования уравнения (4) к виду функции комплексного переменного

$$k = f(s) = -\frac{\phi(s)}{\psi(s)} = u(\sigma,\omega) + iv(\sigma,\omega), \qquad (5)$$

где $\phi(s)$ и $\psi(s)$ – некоторые полиномы от комплексного переменного s; $u(\sigma,\omega)$, $v(\sigma,\omega)$ – гармонические функции независимых действительных переменных σ и ω.

Выражение (5) представляет собой уравнение корневого годографа системы в общем виде, которое позволяет отображать некоторые *образы* (кривые) произвольной геометрической формы, заданные в плоскости неопределенного (свободного) параметра k, на плоскость комплексного переменного s (плоскость корней). Введем определения для ряда используемых далее понятий.

Пусть $\varphi(u,v) = C$ – кривая в плоскости k, которую назовем *образом корневого годографа*. Тогда, используя соотношение (5), получим уравнение

$$F(\sigma,\omega) = C, \qquad (6)$$

где $F(\sigma,\omega) = \varphi(u(\sigma,\omega),v(\sigma,\omega))$, C – некоторая постоянная для конкретного образа величина, которую назовем *параметром образа* корневого годографа. Тогда функция

$$F = F(\sigma,\omega) \qquad (7)$$

представляет собой функцию поля корневых траекторий [1], [10]. Очевидно, что уравнение (6) является уравнением линий уровня поля корневых траекторий.

Определение 1. Полем корневых траекторий динамической системы с характеристическим уравнением (4) назовем совокупность кривых (6), когда параметр C образа корневого годографа изменяется в промежутке $(0, +\infty)$.

Рассмотрим образ корневого годографа в форме окружности (круговой образ), и с целью формирования поля корневых траекторий кругового образа [1] запишем уравнение корневого годографа кругового образа

$$F(\sigma,\omega) = (u(\sigma,\omega) - a)^2 + (v(\sigma,\omega) - b)^2 = C, \qquad (8)$$

где $C = \rho^2$, ρ – радиус окружности-образа, заданного в плоскости свободного параметра k; a, b – координаты центра окружности-образа по осям u и v соответственно. Уравнение (8) представляет собой уравнение линий уровня поля (7) для поля корневых траекторий кругового образа, а радиус ρ является параметром образа, который назовем также *параметром поля* в случае, если $0 < \rho < +\infty$. Ввиду конформности

отображения, реализуемого функцией, обратной функции (5) [8], очевидно, что линии уровня поля кругового образа формируются в виде замкнутых кривых (годографов) в количестве для каждого годографа, не превышающем n, а центр окружности-образа поля отображается в виде точек в количестве n для каждого годографа, располагающихся внутри этих кривых. Следовательно, изменяя расположение образа корневого годографа, можно задавать ориентацию отмеченных замкнутых кривых, размещая тем самым ограниченные ими области корней желаемым образом, в частности, в заданных в плоскости s областях различной формы.

Определение 2. Точки в плоскости s комплексного переменного, определяемые посредством отображения центра кругового образа, заданного в плоскости свободного параметра, на плоскость s, реализуемого с помощью функции, обратной к (5), назовем *центрами локализации поля корневых траекторий кругового образа*.

Определение 3. Локальными назовем линии уровня поля корневых траекторий кругового образа, ограничивающие замкнутые односвязные области, отображаемые с помощью функции, обратной к (5), и не содержащие в качестве внутренних или граничных точек точки ветвления этой функции.

Определение 4. Глобальными назовем линии уровня кругового поля корневых траекторий, ограничивающие замкнутые односвязные области, отображаемые с помощью функции, обратной к (5), и содержащие в качестве внутренних или граничных одну или более точек ветвления этой функции.

На основании отмеченных выше закономерностей определим искомую область D значений неопределенного параметра k в форме круга (диска) в комплексной плоскости k, ограниченного окружностью-образом радиуса ρ, и с помощью функции (5) отобразим его таким образом, чтобы полученное при этом поле корневых траекторий (7) полностью располагалось в пределах заданной области качества Q и было бы по возможности максимальным. С этой целью осуществляется вписывание линий уровня поля корневых траекторий кругового образа в область качества и определяется такая линия l, которая ограничивает область корней R, полностью принадлежащую области Q и отображаемую с помощью (5) на плоскость k в форме диска-образа D максимально возможного радиуса $\rho = \rho_{max}$. Указанное вписывание выполняется посредством определения точек касания t_l ($l = \overline{1,m}$, где m – число точек касания) линий уровня поля и границ области Q. Очевидно, что линии уровня могут быть вписаны в область Q только в случае расположения центров локализации поля внутри этой области, то есть когда это поле определенным образом ориентировано.

Рассмотрим основные этапы решения задачи.

1. Ориентация поля. Предположим, что центр окружности-образа находится на действительной оси u. В этом случае центры локализации поля могут быть размещены:

– в нулях функции (5), т.е. в начальных точках корневого годографа Теодорчика – Эванса [1] исследуемой системы управления;
– на участках положительных ветвей КГТЭ системы, расположенных в пределах области Q.

Координаты $u = a$ и $\upsilon = b$ соответствующего центра образа определяются на основе формулы (8).

2. Вписывание поля по горизонтали, то есть в область, ограниченную только заданными линиями равной степени устойчивости. При этом будет использован градиент поля корневых траекторий

$$gradF(\sigma,\omega) = \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial\sigma}\vec{i} + \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial\omega}\vec{j}, \qquad (9)$$

где $\vec{i}, \vec{j}$ – проекции единичного вектора, направленного по нормали к линии уровня поля. Проекции градиента на оси координат σ и ω – $grad_\sigma F(\sigma,\omega)$ и $grad_\omega F(\sigma,\omega)$ соответственно равны

$$grad_\sigma F(\sigma,\omega) = \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial \sigma},\ grad_\omega F(\sigma,\omega) = \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial \omega}.$$

Поскольку в искомых точках касания проекции градиента на ось $i\omega$ равны нулю, определим координаты этих точек, составив две системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial \omega} = 0 \\ \sigma = \eta' \end{aligned}\right\}; \qquad (10)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial \omega} = 0 \\ \sigma = \eta'' \end{aligned}\right\}. \qquad (11)$$

3. Вписывание поля по вертикали, то есть в область, ограниченную только заданными линиями постоянного демпфирования.

Координаты искомых точек касания определятся из следующей системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial \delta}(-\sigma) + \frac{\partial F(\sigma,\omega)}{\partial \omega}(-\omega) = 0 \\ \omega = \lambda\sigma \end{aligned}\right\}, \qquad (12)$$

где первое уравнение представляет собой уравнение касательной к линии уровня поля, проходящей через начало координат.

С целью определения дисковой области D значений неопределенного параметра k максимального радиуса ρ_{max} для каждой точки касания, найденной путем решения систем (10) – (12) с использованием формулы (8), вычисляется значение радиуса образа ρ, и среди найденных таким образом значений этого радиуса выбирается минимальное $\rho = \underline{\rho}$, которое представляет собой радиус $\rho_{max} = \underline{\rho}$ искомой области D, удовлетворяющей условию (3).

Обеспечение требуемых показателей качества САУ

Для расчета значений неопределенного параметра, при которых будет обеспечиваться требуемое качество САУ, зададим значения постоянных параметров рассматриваемой системы и, подставив их в характеристическое уравнение (2), перепишем это уравнение в виде:

$$s^4 + 550s^3 + k(s^2 + 360s + 28800) = 0.$$

Поскольку величина $j_н$ изменяется в широких пределах, то неопределенный (свободный) параметр определим в виде $k = 1/(j_{дв} + j_н)$.

Вводимая область качества ограничивается линиями равной степени устойчивости $\sigma = L_\eta' = -65$, $\sigma = L_\eta'' = -400$ и линиями постоянного демпфирования $L_{\pm\beta}$, для которых $\lambda = \mathrm{tg}(\pm\beta) = \pm 0{,}7$ (рис. 2). При этом используются полиномы $\phi(s) = s^4 + 550s^3$, $\psi(s) = s^2 + 360s + 28800$. В соответствии с приведенной выше методикой область D значений k ищется в форме круга (диска) радиуса $\rho = \rho_{max}$. Поскольку локализация поля

определяется конфигурацией годографа КГТЭ, выполним его построение и определим полюсы передаточной функции разомкнутой системы (нули функции (5)): $p_1 = -550$, $p_2 = p_3 = p_4 = 0$ и ее нули (полюсы функции (5)): $z_1 = -120$, $z_2 = -240$ (рис. 2).

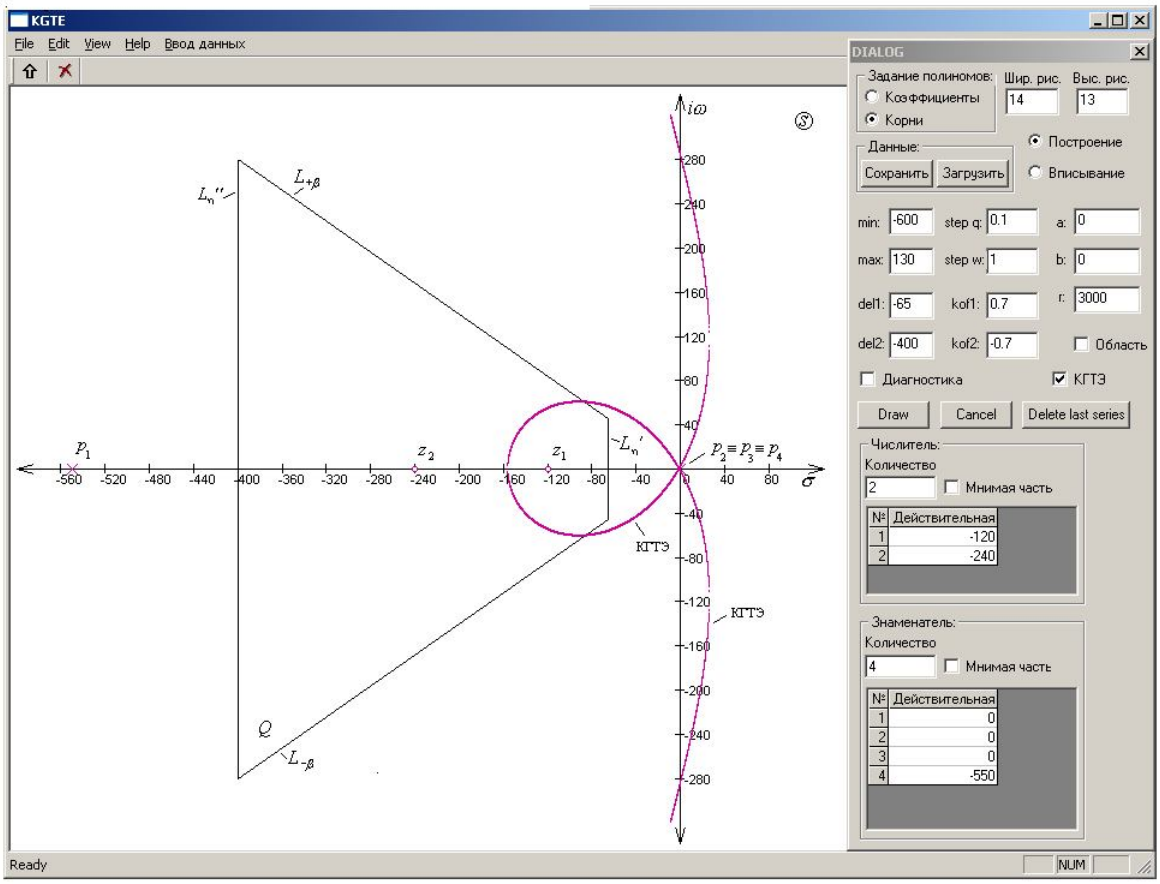


Рисунок 2 – Расположение корневого годографа Теодорчика – Эванса относительно области качества Q

Соответствующие полюсы на рис. 2 отмечены крестиками, а нули – кружками. Очевидно, что все полюсы выходят за пределы области Q и, как отмечалось выше, в этом случае вписывание поля невозможно. По этой причине изменим конфигурацию КГТЭ путем «настройки» полюсов таким образом, чтобы они расположились в пределах данной области. Для этого зададим следующие значения полюсов: $p_1 = -100$, $p_2 = -140$, $p_3 = -170$, $p_4 = -290$ (рис. 3). При этом характеристическое уравнение рассматриваемой системы принимает вид:

$$s^4 + 700s^3 + 173{,}7\cdot10^3 s^2 + 182{,}72\cdot10^5 s + 690{,}2\cdot10^6 + k(s^2 + 360s + 28800) = 0.$$

В результате указанной «настройки» часть ветвей КГТЭ также расположилась в пределах области Q и вписывание линии уровня стало возможным. Согласно ранее описанному методу, применим круговое поле корневых траекторий. С этой целью вначале выполним построение функции поля $F = F(\sigma,\omega)$ (7) для заданной системы исходя из предположения, что центры локализации поля располагаются в полюсах p_i ($i = \overline{1,4}$) (эти полюсы обозначены крестиками), т.е. центр окружности-образа находится в начале координат плоскости k.

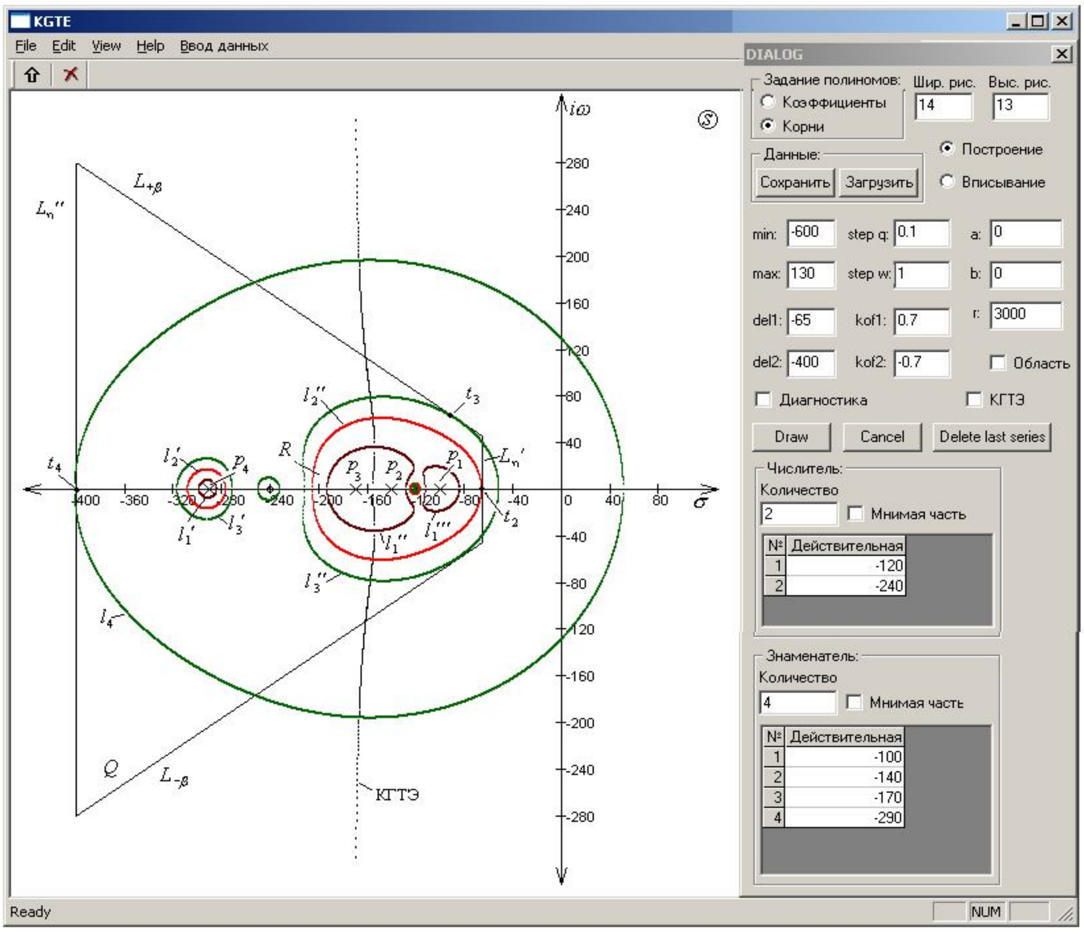


Рисунок 3 – Поле корневых траекторий кругового образа, вписанное в заданную область качества Q

Соответствующее поле на рис. 3 показано четырьмя линиями уровня: l_1 (сформирована локальными линиями l_1', l_1''' и глобальной линией l_1''), l_2 (сформирована локальной линией l_2' и глобальной линией l_2''), l_3 (сформирована локальной линией l_3' и глобальной линией l_3'') и l_4 (глобальная линия). Линия l_1 ограничивает трехлистную область корней, линия l_2 – двулистную область корней R, линия l_3 – также двулистную область, а линия l_4 – однолистную область корней. Далее на основе систем уравнений (10), (11) и (12) выполним вписывание указанных линий уровня в заданную область Q. В результате решения полученных систем уравнений определим значения радиусов ρ_i ($i=\overline{1,4}$) дисковой области D значений параметра k: $\rho_1 = 6443{,}18$; $\rho_2 = \rho_3 = 9607{,}52$; $\rho_4 = 44049{,}11$, соответствующие линиям l_2'', l_3'' и l_4 на рис. 3 и соответственно точкам касания t_2 (радиус ρ_1), t_3 (радиус $\rho_2 = \rho_3$) и t_4 (радиус ρ_4). Искомой является область, ограниченная окружностью, максимально возможный радиус которой $\rho = \rho_{max}$ определяется минимальным $\underline{\rho}$ из полученных значений ρ_i ($i=\overline{1,4}$): $\underline{\rho} = \rho_{max} = \min(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4) = \rho_1 = 6443{,}18$. Эта область отображается на плоскость s в виде области корней R, ограниченной линией l_2'', касающейся границы области Q в точке t_2. Все значения k, лежащие внутри диска D радиуса $\rho < 6443{,}18$, обеспечивают требуемое расположение корней в области Q (3), а следовательно, и соответствующее качество процесса управления.

Заключение

На примере расчета параметров системы автоматического управления электроприводом одной степени подвижности многозвенного манипулятора, у которого в широких пределах изменяется приведенный момент инерции, линейно входящий в коэффициенты характеристического уравнения всей системы, показано эффективное применение корневого полевого метода размещения корней этой САУ в заданной области *Q*. Посредством вписывания линий уровня кругового поля корневых траекторий в трапецеидальную область качества *Q* определяется радиус дисковой области значений неопределенного параметра системы, неизменно гарантирующих ее *Q*-устойчивость.

Литература

1. Римский Г.В., Таборовец В.В. Автоматизация исследований динамических систем. – Минск: Наука и техника, 1978. – 336 с.
2. Филаретов В.Ф. Разработка и исследование методов синтеза высокоточных систем управления сложными динамическими объектами в условиях параметрической неопределенности // Проблемы управления. – 2006. – № 4. – С. 9-19.
3. Филаретов В.Ф., Зуев А.В. Позиционно-силовое управление электроприводом манипулятора // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2006. – № 9. – С. 20-24.
4. Филаретов В.Ф. Самонастраивающиеся системы управления приводами манипуляторов / Владивосток: ДВГТУ, 2000. – 302 с.
5. Харитонов В.Л. Об асимптотический устойчивости положения равновесия семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения. – 1978. – Т. XIV, № 11. – С. 2086-2088.
6. Barmish B.R. New Tools for Robustness of Linear Systems. – New York: MacMillan, 1994.
7. Цыпкин Я.З. Робастная устойчивость релейных систем управления // Доклады РАН. – 1995. – Т. 340, № 6. – С. 751-753.
8. Несенчук А.А. Анализ и синтез робастных динамических систем на основе корневого подхода. – Мн.: ОИПИ НАН Беларуси, 2005. – 234 с.
9. Справочник по промышленной робототехнике. Кн. 1 / Под ред. Ш. Нофа. – М.: Машиностроение, 1989.
10. Гольдфайн И.А. Векторный анализ и теория поля. – М.: Наука, 1968. – 128 с.

А.А. Несенчук, В.Ф. Філаретов

Параметричний синтез системи управління електроприводом маніпулятора з урахуванням невизначеності моменту інерції навантаження

У статті розглядається кореневий підхід до розрахунку параметрів системи автоматичного управління ланкою маніпулятора промислового робота за умови значних змін моменту інерції навантаження, лінійно вхідного в коефіцієнти характеристичного рівняння системи. Задача розв’язується шляхом розміщення сімейства коріння системи в заданій області Q, званою областю якості. В результаті на основі застосування полів кореневих траєкторій визначається радіус дискової області значень невизначеного параметра, забезпечуючих Q-стійкість системи.

Alla A. Nesenchuk, Vladimir F. Filaretov

Parametric Synthesis of the Control System for Manipulator Electric Drive Considering the Load Moment of Inertia Uncertainty

In the paper the root locus approach is considered to calculating parameters of the industrial robot manipulator control loop in condition of substantial variation of the load inertia moment entering linearly the system characteristic equation coefficients. The task is solved by placement of the control system roots family within the given domain *Q*, which is named the quality domain. Finally, on the basis of the root locus fields application, the radius of the disc-shaped region of the uncertain parameter values is determined which guarantee the system *Q*-stability.

Статья поступила в редакцию 21.07.2008.